

Roman Brilej, Karolina Ivanec, Darja Ostruh, Zlatko Rojs

OMEGA 2

**Vektorji, potence in korenji,
funkcija in njene lastnosti**

Zbirka nalog za matematiko v 2. letniku
gimnazijskega izobraževanja

Kazalo

1 Vektorji	5
1.1 Kotne funkcije ostrih kotov	6
1.2 Kotne funkcije kotov do 360°	12
1.3 Točke, premice in ravnine v prostoru	14
1.4 Vzporednost v prostoru	15
1.5 Pravokotna projekcija in koti v prostoru	17
1.6 Definicija vektorja	19
1.7 Vsota in razlika vektorjev	21
1.8 Produkt vektorja s skalarjem (številom)	27
1.9 Linearna kombinacija vektorjev	29
1.10 Skalarni produkt	36
1.11 Pravokotni koordinatni sistem v prostoru	42
1.12 Vektorji v pravokotnem koordinatnem sistemu	44
1.13 Naloge za ponavljanje	53
2 Potence in koreni	57
2.1 Potence s celimi eksponenti	58
2.2 Kvadratni koren	61
2.3 Koreni poljubnih stopenj	68
2.4 Potence z racionalnimi eksponenti	73
2.5 Iracionalna enačba	76
2.6 Naloge za ponavljanje	79
3 Funkcija in njene lastnosti	81
3.1 Definicijsko območje in zaloga vrednosti	82
3.2 Graf	84
3.3 Predznak	88
3.4 Naraščanje in padanje	91
3.5 Omejenost	93
3.6 Sodost, lihost	94
3.7 Injektivnost, surjektivnost, bijektivnost	97
3.8 Inverzna funkcija	100
3.9 Transformacije grafov	104
3.10 Naloge za ponavljanje	112
Rešitve	115

Z zvezdico (*) so označene zahtevnejše naloge.

1.1 Kotne funkcije ostrih kotov

Naj bo α ostri kot v pravokotnem trikotniku. **Sinus** kota α je količnik med kotu α nasprotno kateto in hipotenuzo. **Kosinus** kota α je količnik med kotu α priležno kateto in hipotenuzo. **Tangens** kota α je količnik med kotu α nasprotno kateto in priležno kateto. **Kotangens** kota α je količnik med kotu α priležno kateto in nasprotno kateto.

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \tan \alpha = \frac{a}{b} \quad \cot \alpha = \frac{b}{a}$$

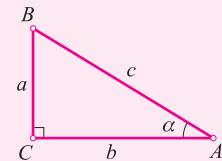
Zveze med kotnimi funkcijami istega kota

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

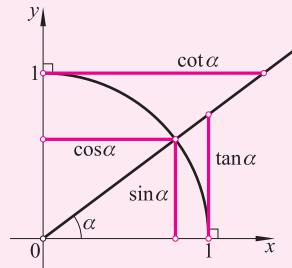
$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$



Predstavitev na enotski krožnici



Kotne funkcije komplementarnih kotov

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha \quad \tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha \quad \cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$$

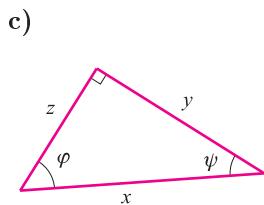
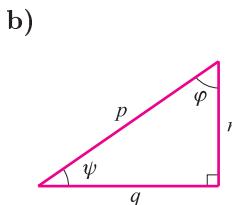
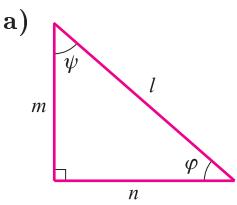
Vrednosti kotnih funkcij za nekatere kote

α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$
0°	0	1	0	/
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
90°	1	0	/	0

1. Določi vrednosti vseh kotnih funkcij za oba ostra kota v pravokotnem trikotniku s katetama:

a) $a = 6 \text{ cm}, b = 8 \text{ cm}$ b) $a = 36 \text{ cm}, b = 15 \text{ cm}$ c) $a = 1.2 \text{ cm}, b = 0.35 \text{ cm}$

2. Zapiši vrednosti vseh kotnih funkcij kotov φ in ψ v pravokotnem trikotniku na sliki:



3. Brez uporabe računalnika izračunaj:

a) $2 \tan 45^\circ + 3 \cot 45^\circ$

b) $1 - \cos 45^\circ \sin 45^\circ$

c) $\tan 60^\circ \cot 60^\circ \sin 60^\circ \cos 60^\circ$

d) $\sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ$

e) $\sqrt{1 - \tan 45^\circ \cos^2 45^\circ}$

f) $\frac{\tan 60^\circ - \cos 30^\circ}{\sin 60^\circ - \cot 30^\circ}$

g) $\frac{\tan 45^\circ + \cot 45^\circ}{2 \sin 45^\circ \cos 45^\circ}$

h) $\frac{2 \sin^2 60^\circ + \cos 60^\circ}{3 \tan^2 30^\circ - 2 \cot^2 45^\circ}$

i) $\frac{\sin^2 60^\circ + \tan^2 30^\circ}{\cos^2 45^\circ \cot^2 45^\circ}$

4. Brez uporabe računalnika izračunaj:

a) $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ - \sin 90^\circ$

b) $\cos 30^\circ \sin 60^\circ + \cos 90^\circ$

c) $\cos 0^\circ \tan 30^\circ - \tan 0^\circ \cos 30^\circ$

d) $\sin 0^\circ + \cot 90^\circ \sin 30^\circ$

e) $\sqrt{1 - \sin^2 0^\circ} + \sqrt{1 - \cos^2 30^\circ}$

f) $\frac{\sin 90^\circ \cos 0^\circ - \cos 90^\circ \sin 0^\circ}{\tan 0^\circ \cot 90^\circ - 1}$

g) $\frac{\sin 0^\circ + \sin 30^\circ + \sin 60^\circ + \sin 90^\circ}{\cos 0^\circ + \cos 30^\circ + \cos 60^\circ + \cos 90^\circ}$

5. Natančno izračunaj dolžini preostalih stranic v pravokotnem trikotniku s podatki:

a) $a = 20 \text{ cm}, \alpha = 30^\circ$ b) $b = 24 \text{ cm}, \beta = 60^\circ$ c) $c = 14 \text{ cm}, \alpha = 45^\circ$

d) $c = 12 \text{ cm}, \beta = 30^\circ$ e) $a = 4\sqrt{3} \text{ cm}, \beta = 30^\circ$ f) $b = 6\sqrt{2} \text{ cm}, \alpha = 45^\circ$

6. Določi kot α , če je:

a) $\sin 3\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\tan(\alpha + 50^\circ) = \sqrt{3}$ c) $\cot(\alpha - 10^\circ) = 1$

d) $\sin(2\alpha + 5^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e) $\cos(3\alpha - 10^\circ) = \sqrt{3}$ f) $\tan(4\alpha + 2^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

g) $\cos(80^\circ - 5\alpha) = \frac{1}{2}$ h) $\tan(74^\circ - 7\alpha) = \sqrt{3}$ i) $\sin(2\alpha - 5^\circ) = \sqrt{2}$

7. Določi kot α , če je:

a) $\cos 4\alpha = 1$ b) $\cot(2\alpha + 20^\circ) = 0$ c) $\sin(3\alpha - 90^\circ) = 0$

8. Za kot α izračunaj vrednosti preostalih kotnih funkcij:

a) $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ b) $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ c) $\cos \alpha = \frac{8}{17}$ d) $\tan \alpha = \frac{3}{4}$

e) $\tan \alpha = \sqrt{5}$ f) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ g) $\cot \alpha = \frac{7}{24}$ h) $\cot \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$

9. Poenostavi:

- a) $\cos \alpha \tan \alpha$
- b) $(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)$
- c) $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha + \cos \alpha)^2$
- d) $(a \sin \alpha + b \cos \alpha)^2 + (b \sin \alpha - a \cos \alpha)^2$
- e) $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$
- f) $\sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$
- g) $\sin \alpha + \cos \alpha \cot \alpha$
- h) $\frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$
- i) $\cot \alpha + \frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$
- j) $\left(\tan \alpha + \frac{1}{\cos \alpha}\right)\left(\frac{1}{\cos \alpha} - \tan \alpha\right)$
- k) $\left(\frac{a}{\cos \alpha} + b \tan \alpha\right)^2 - \left(a \tan \alpha + \frac{b}{\cos \alpha}\right)^2$

10. Izrazi s kotno funkcijo kota, manjšega od 45° :

- a) $\sin 68^\circ$
- b) $\sin 72^\circ 15'$
- c) $\cos 81^\circ 4'$
- d) $\cos 46^\circ 42'$
- e) $\tan 59^\circ$
- f) $\tan 45^\circ 17'$
- g) $\cot 60^\circ 59'$
- h) $\cot 77^\circ 55'$

11. Določi kot α , če je:

- a) $\cos \alpha = \sin 81^\circ$
- b) $\tan \alpha = \cot 42^\circ 7'$
- c) $\sin \alpha = \cos 17^\circ 14'$
- d) $\tan \alpha = \cot 45^\circ 10'$
- e) $\cos \alpha = \sin 27^\circ$
- f) $\cot \alpha = \tan 89^\circ 81'$
- g) $\cot \alpha = \tan 12^\circ 46'$
- h) $\sin \alpha = \cos 82^\circ 17'$

12. Na štiri mesta natančno izračunaj:

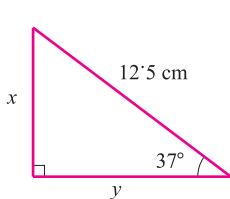
- a) $\sin 69^\circ$
- b) $\cos 32^\circ$
- c) $\tan 43^\circ 2'$
- d) $\cot 53^\circ 8'$
- e) $\sin 5^\circ 29'$
- f) $\cos 84^\circ 15'$
- g) $\tan 83^\circ 49'$
- h) $\cot 6'$

13. Na mm natančno izračunaj dolžini preostalih stranic pravokotnega trikotnika s podatki:

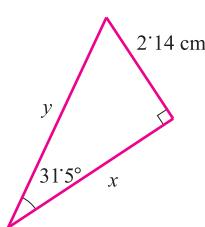
- a) $a = 7 \text{ cm}, \alpha = 37^\circ$
- b) $b = 4 \text{ cm}, \beta = 72^\circ$
- c) $c = 6.5 \text{ cm}, \alpha = 41^\circ 5'$
- d) $c = 4.9 \text{ cm}, \beta = 9^\circ 7'$
- e) $a = 5.7 \text{ cm}, \beta = 43^\circ 17'$
- f) $b = 3.8 \text{ cm}, \alpha = 81^\circ 45'$

14. Na tri mesta natančno izračunaj neznani dolžini:

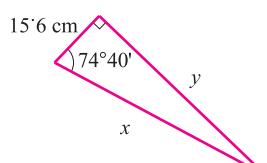
a)



b)

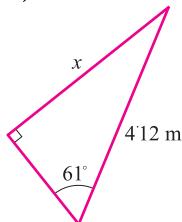


c)

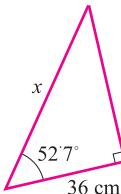


15. Na cm natančno izračunaj dolžino neznane stranice x :

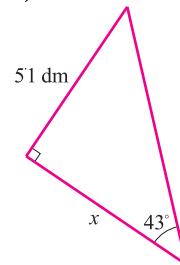
a)



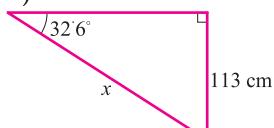
b)



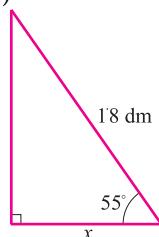
c)



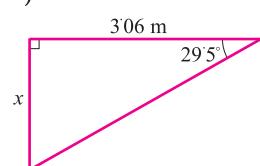
d)



e)



f)



16. Nariši tak kot α , da je:

- | | | | |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|------------------------|
| a) $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ | b) $\sin \alpha = 0.6$ | c) $\cos \alpha = \frac{5}{6}$ | d) $\cos \alpha = 0.8$ |
| e) $\tan \alpha = 4$ | f) $\tan \alpha = \frac{4}{7}$ | g) $\cot \alpha = 0.4$ | h) $\cot \alpha = 2$ |

17. V pravokotnem koordinatnem sistemu nariši kot α z vrhom v koordinatnem izhodišču, enim krakom na pozitivnem delu abscisne osi in drugim krakom v I. kvadrantu, če naj bo:

- | | | | |
|--------------------------------|------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| a) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ | b) $\sin \alpha = 0.7$ | c) $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ | d) $\cos \alpha = 0.3$ |
| e) $\tan \alpha = 2$ | f) $\tan \alpha = 0.4$ | g) $\cot \alpha = \frac{3}{5}$ | h) $\cot \alpha = \sqrt{2}$ |

18. Na stotinko stopinje natančno izračunaj kot α , če je:

- | | | | |
|--------------------------------|-----------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|
| a) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ | b) $\sin \alpha = 0.1234$ | c) $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ | d) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ |
| e) $\tan \alpha = 7$ | f) $\tan \alpha = \sqrt{2}$ | g) $\cot \alpha = 320$ | h) $\cot \alpha = \frac{3}{7}$ |

19. Na minuto natančno izračunaj kot α , če je:

- | | | | |
|------------------------|--------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| a) $\sin \alpha = 0.6$ | b) $\sin \alpha = \frac{1}{7}$ | c) $\cos \alpha = \frac{3}{11}$ | d) $\cos \alpha = 0.4571$ |
| e) $\tan \alpha = 555$ | f) $\tan \alpha = 0.1111$ | g) $\cot \alpha = \sqrt{5}$ | h) $\cot \alpha = \frac{3}{4}$ |

20. Na minuto natančno izračunaj kota α in β v pravokotnem trikotniku s stranicama:

- | | |
|--|--|
| a) $a = 4 \text{ cm}, b = 5 \text{ cm}$ | b) $a = 6 \text{ cm}, b = 3.7 \text{ cm}$ |
| c) $a = 4.8 \text{ cm}, b = 13.5 \text{ cm}$ | d) $a = 21.5 \text{ cm}, b = 41.7 \text{ cm}$ |
| e) $b = 9.9 \text{ cm}, c = 10.1 \text{ cm}$ | f) $b = 0.123 \text{ cm}, c = 11.1 \text{ cm}$ |

- 36.** V enakokrakem trapezu z osnovnicama a in c oklepa krak z osnovnico kot α . Na štiri mesta natančno izračunaj ploščino trapeza:
- a) $a = 8 \text{ cm}$, $c = 4 \text{ cm}$, $\alpha = 71^\circ 32'$ b) $a = 12 \text{ cm}$, $c = 10 \text{ cm}$, $\alpha = 63^\circ 11'$
- *37.** V deltoidu $ABCD$ oklepata enako dolgi stranici AB in BC kot $\beta = 27^\circ 30'$. Diagonala e je za 1 cm daljša od stranice AD in oklepa z njo kot $\varphi = 41^\circ 15'$. Izračunaj obseg tega deltoida.
- *38.** V pravokotnem trikotniku je ena kateta trikrat daljša od druge. Na stotinko stopinje natančno izračunaj kot med težišnicama na kateti.
- *39.** V pravokotniku z obsegom o oklepata diagonala d z osnovnico a kot φ . Izrazi dolžino diagonale d z obsegom o in kotom φ .
- *40.** V enakokrakem trikotniku oklepata simetrali kotov ob osnovnici kot $\varphi = 70^\circ$. Središče temu trikotniku včrtanega kroga je od osnovnice oddaljeno 2 cm. Izračunaj ploščino tega trikotnika.
- *41.** Na minuto natančno izračunaj kot, ki ga oklepata premici:
- a) $y = 2x + 1$, $y = 4x - 1$ b) $2x + 3y - 1 = 0$, $x + 2y + 2 = 0$
- 42.** Na stopinjo natančno določi kot, pod katerim padajo sončni žarki, če meče 10 m visoko drevo 3 m dolgo senco. Vpadni kot sončnih žarkov je kot med žarki in navpičnico.
- 43.** Vrh neboličnika vidimo pod kotom $19^\circ 17'$. Če se mu približamo za 50 m, ga vidimo pod kotom $34^\circ 23'$. Kolikšna je višina neboličnika? Predpostavi, da je višina očišča $1^\circ 7$ m.

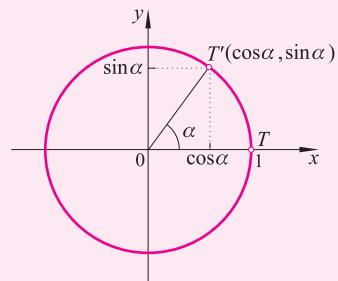
1.2 Kotne funkcije kotov do 360°

Kotne funkcije kotov α , $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$

Točko $T(1, 0)$ zavrtimo za kot α okrog koordinatnega izhodišča v točko T' . Vrednosti funkcij sinus in kosinus definiramo kot:

$\sin \alpha$ je ordinata točke T'

$\cos \alpha$ je abscisa točke T'



Zveze med vrednostmi iste kotne funkcije

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos(360^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\tan(180^\circ + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\tan(360^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$$

$$\cot(180^\circ + \alpha) = \cot \alpha$$

$$\cot(360^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$$

Kotne funkcije topih kotov

44. Izrazi s kotno funkcijo kota, manjšega od 45° :

- a) $\sin 110^\circ$ b) $\cos 116^\circ$ c) $\tan 132^\circ$ d) $\cot 179^\circ$
e) $\sin 172^\circ$ f) $\cos 99^\circ$ g) $\tan 138^\circ$ h) $\cot 111^\circ$

45. Brez uporabe računala izračunaj:

- a) $\sin 135^\circ + \cos 135^\circ$ b) $\sin 150^\circ \cos 120^\circ$ c) $\tan 170^\circ \cot 90^\circ$
d) $\frac{\sin 90^\circ - \cos 90^\circ}{\tan 135^\circ + \cot 135^\circ}$ e) $\frac{\cos 150^\circ \cot 120^\circ}{\sin 150^\circ \tan 135^\circ}$ f) $\frac{\sin 150^\circ + \sin 120^\circ}{\tan 120^\circ - \cos 135^\circ}$

46. Določi predznak vrednosti kotne funkcije:

- a) $\sin 137^\circ$ b) $\cos 69^\circ$ c) $\tan 117^\circ$ d) $\cos 115^\circ$
e) $\sin 89^\circ$ f) $\cot 79^\circ$ g) $\tan 91^\circ$ h) $\cot 179^\circ$

47. Določi kot α , $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$, če je:

- a) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ b) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\tan \alpha = -1$ d) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$
e) $\cot \alpha = -\sqrt{3}$ f) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ g) $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ h) $\sin \alpha = 0$
i) $\cos \alpha = -1$ j) $\cot \alpha = 1$ k) $\sin \alpha = -1$ l) $\cos \alpha = 0$

48. Na minuto natančno določi kot α , $0^\circ < \alpha < 180^\circ$, če je:

- a) $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ b) $\cos \alpha = -\frac{1}{4}$ c) $\sin \alpha = \frac{7}{8}$ d) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$
e) $\cos \alpha = -0.126$ f) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ g) $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ h) $\sin \alpha = \frac{3}{7}$

49. V enotskem krogu nariši topi kot α , za katerega je:

- a) $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ b) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$ c) $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ d) $\sin \alpha = 0.6$
e) $\sin \alpha = 0.4$ f) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{3}$

50. Izračunaj $\sin \alpha$, če je kot α top in $\cos \alpha =$:

- a) $-\frac{3}{5}$ b) $-\frac{5}{13}$ c) -0.8 d) -0.96 e) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

51. Izračunaj $\cos \alpha$, če je kot α top in $\sin \alpha =$:

- a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{7}{25}$ c) 0.6 d) 0.28 e) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

52. Izračunaj $\tan \alpha$, če je kot α top in:

- a) $\cot \alpha = -2$ b) $\sin \alpha = 0.8$ c) $\cos \alpha = -\frac{9}{41}$ d) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{5}$
e) $\cot \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{10}$ f) $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$

Kotne funkcije kotov do 360°

53. Izrazi s kotno funkcijo kota, manjšega od 45° :

- a) $\sin 198^\circ$ b) $\cos 220^\circ$ c) $\tan 205^\circ$ d) $\cot 185^\circ$
e) $\sin 268^\circ$ f) $\cos 272^\circ$ g) $\tan 255^\circ$ h) $\cot 291^\circ$
i) $\sin 350^\circ$ j) $\cos 342^\circ$ k) $\sin 305^\circ$ l) $\sin 335^\circ$

54. Brez uporabe računalnika izračunaj:

- a) $\sin 135^\circ - \cos 45^\circ + \sin 180^\circ$ b) $\cos 120^\circ - \sin 150^\circ + \tan 0^\circ$
c) $\tan 180^\circ + \cot 90^\circ - \cos 270^\circ$ d) $\sin 225^\circ + \cos 135^\circ + \cot 270^\circ$
e) $\cot 330^\circ - \cot 150^\circ + \tan 135^\circ$ f) $\sin 270^\circ + \tan 225^\circ - \cos 240^\circ$
g) $\cos 210^\circ - \sin 120^\circ + \cos 270^\circ$ h) $\tan 300^\circ + \tan 120^\circ + \tan 240^\circ$
i) $\sin 315^\circ + \cos 225^\circ - \sin 270^\circ$ j) $\cos 300^\circ - \sin 210^\circ - \cos 0^\circ$

55. Določi predznak vrednosti kotne funkcije:

- a) $\cos 242^\circ$ b) $\cot 182^\circ$ c) $\sin 283^\circ$ d) $\tan 315^\circ$
e) $\sin 261^\circ$ f) $\cos 358^\circ$ g) $\cos 200^\circ$ h) $\tan 206^\circ$

56. Določi kot α , $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$, če je:

- a) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ b) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\tan \alpha = 1$ d) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
e) $\cot \alpha = -\sqrt{3}$ f) $\cos \alpha = -1$ g) $\sin \alpha = -1$ h) $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Rešitve

1.

	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$	$\sin \beta$	$\cos \beta$	$\tan \beta$	$\cot \beta$
a)	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$
b)	$\frac{12}{13}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{12}{5}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{12}{13}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{12}{5}$
c)	$\frac{24}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{24}{7}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{24}{25}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{24}{7}$

2.

	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$	$\tan \varphi$	$\cot \varphi$	$\sin \psi$	$\cos \psi$	$\tan \psi$	$\cot \psi$
a)	$\frac{m}{l}$	$\frac{n}{l}$	$\frac{m}{n}$	$\frac{n}{m}$	$\frac{n}{l}$	$\frac{m}{l}$	$\frac{n}{m}$	$\frac{m}{n}$
b)	$\frac{q}{p}$	$\frac{r}{p}$	$\frac{q}{r}$	$\frac{r}{q}$	$\frac{r}{p}$	$\frac{q}{p}$	$\frac{r}{q}$	$\frac{q}{r}$
c)	$\frac{y}{x}$	$\frac{z}{x}$	$\frac{y}{z}$	$\frac{z}{y}$	$\frac{z}{x}$	$\frac{y}{x}$	$\frac{z}{y}$	$\frac{y}{z}$

3. a) 5 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ d) $\frac{3}{2}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ f) -1 g) 2 h) -2 i) $\frac{13}{6}$

4. a) 0 b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ d) 0 e) $\frac{3}{2}$ f) -1 g) 1

5. a) $b = 20\sqrt{3}$ cm, $c = 40$ cm b) $a = 8\sqrt{3}$ cm, $c = 16\sqrt{3}$ cm c) $a = b = 7\sqrt{2}$ cm
d) $a = 6\sqrt{3}$ cm, $b = 6$ cm e) $b = 4$ cm, $c = 8$ cm f) $a = 6\sqrt{2}$ cm, $c = 12$ cm

6. a) $\alpha = 20^\circ$ b) $\alpha = 10^\circ$ c) $\alpha = 55^\circ$ d) $\alpha = 20^\circ$ e) Takega α ni. f) $\alpha = 7^\circ$
g) $\alpha = 4^\circ$ h) $\alpha = 2^\circ$ i) Takega α ni.

7. a) $\alpha = 0^\circ$ b) $\alpha = 35^\circ$ c) $\alpha = 30^\circ$

8.

	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$
a)		$\frac{12}{13}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{12}{5}$
b)		$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$
c)	$\frac{15}{17}$		$\frac{15}{8}$	$\frac{8}{15}$
d)	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$		$\frac{4}{3}$
e)	$\frac{\sqrt{30}}{6}$	$\frac{\sqrt{6}}{6}$		$\frac{\sqrt{5}}{5}$
f)	$\frac{\sqrt{7}}{3}$		$\frac{\sqrt{14}}{2}$	$\frac{\sqrt{14}}{7}$
g)	$\frac{24}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{24}{7}$	
h)	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$\frac{1}{3}$	$2\sqrt{2}$	

9. a) $\sin \alpha$ b) $\sin^2 \alpha$ c) 2 d) $a^2 + b^2$ e) 1 f) 1 g) $\frac{1}{\sin \alpha}$ h) 0 i) $\tan \alpha$
j) 1 k) $a^2 - b^2$

10. a) $\cos 22^\circ$ b) $\cos 17^\circ 45'$ c) $\sin 8^\circ 6'$ d) $\sin 43^\circ 18'$ e) $\cot 31^\circ$ f) $\cot 44^\circ 83^\circ$
g) $\tan 29^\circ 1'$ h) $\tan 12^\circ 45'$

11. a) $\alpha = 9^\circ$ b) $\alpha = 47^\circ 3'$ c) $\alpha = 72^\circ 46'$ d) $\alpha = 44^\circ 50'$ e) $\alpha = 63^\circ$
f) $\alpha = 0^\circ 19'$ g) $\alpha = 77^\circ 14'$ h) $\alpha = 7^\circ 83'$

12. a) 0.9336 b) 0.8480 c) 0.9391 d) 0.7319 e) 0.09556 f) 0.1002 g) 9.230
h) 573.0

13. a) $b = 9.3$ cm, $c = 11.6$ cm b) $a = 1.3$ cm, $c = 4.2$ cm c) $a = 4.3$ cm, $b = 4.9$ cm
d) $a = 4.8$ cm, $b = 0.8$ cm e) $b = 5.4$ cm, $c = 7.8$ cm f) $a = 26.2$ cm, $c = 26.5$ cm

14. a) $x = 7.52$ cm, $y = 9.98$ cm b) $x = 3.49$ cm, $y = 4.10$ cm
c) $x = 59.0$ cm, $y = 56.9$ cm