Roman Brilej, Karolina Ivanec, Darja Ostruh

alfa

Potence in koreni, funkcija in njene lastnosti

Zbirka nalog za matematiko v
srednjem strokovnem izobraževanju

Ljubljana 2011

Kazalo

1.1 Potence s celimi eksponenti

Za poljubno od 0 različno realno število a je:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n},\ n \in \mathbb{N} \qquad \text{in} \qquad a^0 = 1$$

Za poljubno sodo celo število n je:

$$(-1)^n = 1 \qquad \text{in} \qquad (-a)^n = a^n$$

Za poljubno liho celo število je:

$$(-1)^n = -1 \qquad \text{in} \qquad (-a)^n = -a^n$$

Pravila za računanje s potencami s celimi eksponenti ($m, n \in \mathbb{Z}$):

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$
$$a^m : a^n = a^{m-n}$$
$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$
$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$
$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Posebni primeri definicije oziroma pravil:

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Zgledi

1. Izračunaj: 5^{-3}.

Rešitev: Upoštevajmo definicijo potence z negativnim eksponentom. Za $a \neq 0$ in $n \in \mathbb{N}$ velja:

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

Tako imamo:

$$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{125}$$

2. Izračunaj: $(-2)^{-4} + (-4)^0$.

Rešitev: Uporabimo dejstvi, da je za $a \neq 0$:

$$\boxed{a^0 = 1}$$

in za sodo celo število n:

$$\boxed{(-a)^n = a^n}$$

Računajmo:

$$(-2)^{-4}+(-4)^0=\frac{1}{(-2)^4}+1=\frac{1}{2^4}+1=\frac{1}{16}+1=\frac{17}{16}$$

3. Izračunaj: $(-0^{\cdot}75)^{-3}\cdot(-2)^{-6}$.
Rešitev: Za liho celo število n velja:

$$\boxed{(-a)^n=-a^n}$$

Uporabimo še pravilo:

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n}$$

Tako imamo:

$$\begin{aligned}(-0^{\cdot}75)^{-3}\cdot(-2)^{-6} &= -\left(\frac{75}{100}\right)^{-3}\cdot 2^{-6}=-\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}\cdot\frac{1}{2^6}=\\ &= -\left(\frac{4}{3}\right)^{3}\cdot\frac{1}{64}=-\frac{4^3}{3^3}\cdot\frac{1}{64}=-\frac{64}{27}\cdot\frac{1}{64}=\\ &= -\frac{1}{27}\end{aligned}$$

4. Izračunaj na dve mesti natančno: $(1^{\cdot}7\cdot 10^5)^{-3}$.
Rešitev: Številke vtipkamo v računalo, ki nam rezultat prikaže v eksponentni obliki. Zaokrožimo na dve mesti:

$$(1^{\cdot}7\cdot 10^5)^{-3}=2^{\cdot}0\cdot 10^{-16}$$

5. Izračunaj vrednost funkcije $f(x)=\dfrac{2^{x-3}-3^{-x}}{4^{1-x}}$ za $x=2$.
Rešitev: V funkcijski predpis vstavimo $x=2$ in izračunajmo vrednost dobljenega izraza:

$$\begin{aligned}f(2) &= \frac{2^{2-3}-3^{-2}}{4^{1-2}}=\frac{2^{-1}-3^{-2}}{4^{-1}}=\frac{\frac{1}{2^1}-\frac{1}{3^2}}{\frac{1}{4^1}}=\\ &= \frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{9}}{\frac{1}{4}}=\frac{\frac{9-2}{18}}{\frac{1}{4}}=\frac{\frac{7}{18}}{\frac{1}{4}}=\frac{7\cdot 4}{18\cdot 1}=\frac{7\cdot 2}{9}=\frac{14}{9}\end{aligned}$$

Za tistega, ki je mogoče pozabil, zapišimo še pravilo o razreševanju dvojnega ulomka, ki smo ga uporabili pri zgornjem izračunu:

$$\boxed{\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}}$$

6. Poenostavi: $x^{-7}y^{-3}x^4y^{-6}$.

Rešitev: Uporabili bomo pravilo za množenje potenc z isto osnovo:

$$\boxed{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}$$

Združimo člene z isto osnovo:

$$x^{-7}y^{-3}x^4y^{-6} = x^{-7}x^4y^{-3}y^{-6} = x^{-7+4}y^{-3-6} = x^{-3}y^{-9}$$

7. Poenostavi: $x^{-4} : x^{-8} : x^5 \cdot x^{-2}$.

Rešitev: Tokrat uporabimo še pravilo za deljenje potenc z isto osnovo:

$$\boxed{a^n : a^m = a^{n-m}}$$

Ker deljenje ni komutativno, obvezno računamo z leve proti desni:

$$x^{-4} : x^{-8} : x^5 \cdot x^{-2} = x^{-4-(-8)-5+(-2)} = x^{-3}$$

8. Poenostavi: $(x^{-3})^{-2} : (x^2y^{-4})^{-5}$.

Rešitev: Potrebovali bomo pravilo za potenciranje produkta:

$$\boxed{(ab)^n = a^nb^n}$$

in pravilo za potenciranje potence:

$$\boxed{(a^n)^m = a^{nm}}$$

Prav tako bo dobrodošlo dejstvo:

$$\boxed{a : b^n = a \cdot b^{-n}}$$

Bodimo pozorni na deljenje, saj od nas zahteva postavitev dodatnih oklepajev ali pa spremembo operacije:

$$\begin{aligned}
(x^{-3})^{-2} : (x^2y^{-4})^{-5} &= (x^{-3})^{-2} : (x^2)^{-5} : (y^{-4})^{-5} = \\
&= x^{-3\cdot(-2)} : x^{2\cdot(-5)} : y^{-4\cdot(-5)} = \\
&= x^6 : x^{-10} : y^{20} = x^{6-(-10)}y^{-20} = x^{16}y^{-20}
\end{aligned}$$

9. Poenostavi: $\dfrac{x^{-3}y^4}{x^2y^{-5}z^{-4}}$.

Rešitev: Ulomek smemo odpraviti po pravilu:

$$\boxed{\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}}$$

Upoštevajmo še:

$$\boxed{\frac{1}{a^n} = a^{-n}}$$

Pravilo uporabimo za vsako izmed spremenljivk, na koncu pa rezultat zapišimo z ulomkom brez negativnih eksponentov:

$$\frac{x^{-3}y^4}{x^2y^{-5}z^{-4}} = x^{-3-2}y^{4-(-5)}z^{-(-4)} = x^{-5}y^9z^4 = \frac{y^9z^4}{x^5}$$

10. Poenostavi: $\left(\frac{2^{-2}a^{-3}b^3}{3^{-1}c^{-4}}\right)^{-2} : \left(\frac{3^2b^{-4}}{a^{-3}c^5}\right)^{-3}$.

Rešitev: Čeprav bi tudi tokrat lahko izbrali enak postopek kot v prejšnji nalogi, se bomo za spremembo odločili drugače. Odpravili bomo vse negativne eksponente. Pravilo je pri tem preprosto. Če se nahaja potenca z negativnim eksponentom v števcu, jo pišemo v imenovalcu s pozitivnim eksponentom in obratno. To pravilo seveda velja samo v primeru, ko je v števcu oziroma imenovalcu produkt potenc:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{2^{-2}a^{-3}b^3}{3^{-1}c^{-4}}\right)^{-2} : \left(\frac{3^2b^{-4}}{a^{-3}c^5}\right)^{-3} &= \left(\frac{3b^3c^4}{2^2a^3}\right)^{-2} : \left(\frac{3^2a^3}{b^4c^5}\right)^{-3} = \\
&= \left(\frac{2^2a^3}{3b^3c^4}\right)^{2} : \left(\frac{b^4c^5}{3^2a^3}\right)^{3} = \\
&= \frac{2^4a^6}{3^2b^6c^8} : \frac{b^{12}c^{15}}{3^6a^9} = \frac{2^4a^6}{3^2b^6c^8} \cdot \frac{3^6a^9}{b^{12}c^{15}} = \\
&= \frac{2^4 \cdot 3^4a^{15}}{b^{18}c^{23}} = \frac{1\,296a^{15}}{b^{18}c^{23}}
\end{aligned}$$

11. Poenostavi: $(x^{n-1})^{n+1} : (x^n)^{n+2}$.

Rešitev: Naj nas ne moti, da eksponenti niso števila. Uporabimo ista pravila kot doslej:

$$\begin{aligned}
(x^{n-1})^{n+1} : (x^n)^{n+2} &= x^{(n-1)(n+1)} : x^{n(n+2)} = x^{n^2-1} : x^{n^2+2n} = \\
&= x^{n^2-1-(n^2+2n)} = x^{-2n-1}
\end{aligned}$$

12. Izpostavi skupni faktor: $3^{n+2} - 3^n$.

Rešitev: Ker imamo opraviti s potencama z isto osnovo, lahko izpostavimo potenco s to osnovo, in sicer z manjšim izmed eksponentov:

$$3^{n+2} - 3^n = 3^n(3^2 - 1) = 3^n(9-1) = 8 \cdot 3^n$$

Na koncu smo obrnili vrstni red pri množenju, saj je navada, da število, s katerim je pomnožena potenca, zapišemo spredaj.

13. Izpostavi skupni faktor: $3 \cdot 2^{n-1} + 5 \cdot 2^n - 2^{n+2}$.

Rešitev: Tudi to pot izpostavimo potenco z najmanjšim eksponentom:

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2^{n-1} + 5 \cdot 2^n - 2^{n+2} &= 2^{n-1}(3 + 5 \cdot 2^1 - 2^3) = \\ &= 2^{n-1}(3 + 10 - 8) = 5 \cdot 2^{n-1} \end{aligned}$$

14. Izpostavi skupni faktor: $3^{3x-1} - 2 \cdot 9^{\frac{3}{2}x} + 4 \cdot 27^{x-1}$.

Rešitev: Tokrat potence nimajo iste osnove, vendar lahko s preoblikovanjem dosežemo, da jo bodo imele. Nato nadaljujemo, kot smo vajeni:

$$\begin{aligned} 3^{3x-1} - 2 \cdot 9^{\frac{3}{2}x} + 4 \cdot 27^{x-1} &= 3^{3x-1} - 2 \cdot (3^2)^{\frac{3}{2}x} + 4 \cdot (3^3)^{x-1} = \\ &= 3^{3x-1} - 2 \cdot 3^{3x} + 4 \cdot 3^{3x-3} = \\ &= 3^{3x-3}(3^2 - 2 \cdot 3^3 + 4) = \\ &= 3^{3x-3}(9 - 54 + 4) = -41 \cdot 3^{3x-3} \end{aligned}$$

15. Dokaži, da za poljubno naravno število n velja:

$$12|(16^{n+1} - 3 \cdot 4^{2n+1} + 5 \cdot 4^{2n})$$

Rešitev: Dani zapis pomeni, da število 12 deli izraz na desni strani tega zapisa. Torej moramo pokazati, da lahko ta izraz zapišemo v obliki $12k$, kjer je k neko naravno število. Pri tem nam bo pomagalo znanje izpostavljanja, ki smo si ga pridobili z zadnjimi zgledi:

$$\begin{aligned} 16^{n+1} - 3 \cdot 4^{2n+1} + 5 \cdot 4^{2n} &= (4^2)^{n+1} - 3 \cdot 4^{2n+1} + 5 \cdot 4^{2n} = \\ &= 4^{2n+2} - 3 \cdot 4^{2n+1} + 5 \cdot 4^{2n} = \\ &= 4^{2n}(4^2 - 3 \cdot 4^1 + 5) = \\ &= 9 \cdot 4^{2n} \end{aligned}$$

Ker je naša želja, da zgornji izraz zapišemo kot produkt števila 12 in še nekega števila, pišimo:

$$9 \cdot 4^{2n} = 3 \cdot 3 \cdot 4^{2n-1+1} = 3 \cdot 3 \cdot 4^{2n-1} \cdot 4^1 = 12 \cdot (3 \cdot 4^{2n-1})$$

Število $3 \cdot 4^{2n-1}$ je za vsak n naravno število, zato je naša naloga končana.

16. Poenostavi: $\dfrac{2}{3^n - 3^{n-1}} - \dfrac{1}{3^n + 3^{n-1}}$.

Rešitev: V imenovalcih izpostavimo skupni faktor, določimo skupni imenovalec in ulomka odštejmo:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3^n - 3^{n-1}} - \frac{1}{3^n + 3^{n-1}} &= \frac{2}{3^{n-1}(3-1)} - \frac{1}{3^{n-1}(3+1)} = \\ &= \frac{2}{2 \cdot 3^{n-1}} - \frac{1}{4 \cdot 3^{n-1}} = \\ &= \frac{2 \cdot 2 - 1}{4 \cdot 3^{n-1}} = \frac{3}{4 \cdot 3^{n-1}} = \\ &= \frac{1}{4 \cdot 3^{n-1-1}} = \frac{1}{4 \cdot 3^{n-2}} \end{aligned}$$

17. Poenostavi: $\dfrac{x^{n+1}-x^n}{x^n+x^{n-1}-2x^{n-2}}$.

Rešitev: Iz števca in imenovalca izpostavimo skupni faktor, razstavimo imenovalec in nato krajšamo:

$$\begin{aligned}\frac{x^{n+1}-x^n}{x^n+x^{n-1}-2x^{n-2}} &= \frac{x^n(x-1)}{x^{n-2}(x^2+x-2)} = \\ &= \frac{x^{n-(n-2)}(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{x^2}{x+2}\end{aligned}$$

18. Poenostavi: $\dfrac{1-10a^{-1}+25a^{-2}}{1-5a^{-1}}$.

Rešitev:

1. NAČIN

Spremenimo potence z negativnim eksponentom v ulomke in nadaljujmo po že znanih pravilih:

$$\begin{aligned}\frac{1-10a^{-1}+25a^{-2}}{1-5a^{-1}} &= \frac{1-10\cdot\dfrac{1}{a}+25\cdot\dfrac{1}{a^2}}{1-5\cdot\dfrac{1}{a}} = \frac{\dfrac{a^2-10a+25}{a^2}}{\dfrac{a-5}{a}} = \\ &= \frac{(a^2-10a+25)\cdot a}{a^2\cdot(a-5)} = \frac{(a-5)^2}{a(a-5)} = \frac{a-5}{a}\end{aligned}$$

2. NAČIN

Potence z negativnimi eksponentimi odpravimo tako, da ulomek razširimo z a^2:

$$\begin{aligned}\frac{1-10a^{-1}+25a^{-2}}{1-5a^{-1}} &= \frac{a^2(1-10a^{-1}+25a^{-2})}{a^2(1-5a^{-1})} = \\ &= \frac{a^2-10a+25}{a^2-5a} = \frac{(a-5)^2}{a(a-5)} = \frac{a-5}{a}\end{aligned}$$

18. Poenostavi: $(a-b)^{-1}(a^{-1}-b^{-1})$.

Rešitev: Potence z negativnimi eksponenti spremenimo v ulomke:

$$\begin{aligned}(a-b)^{-1}(a^{-1}-b^{-1}) &= \frac{1}{a-b}\Big(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\Big) = \frac{1}{a-b}\cdot\frac{b-a}{ab} = \\ &= \frac{-(a-b)}{(a-b)ab} = -\frac{1}{ab}\end{aligned}$$

19. Izračunaj vrednost izraza $(a+b)^4+(a^{-1}+b^{-1})^{-2}$ za $a=2$ in $b=-1$.

Rešitev: Kadarkoli moramo izračunati vrednost nekega izraza za določene vrednosti spremenljivk, imamo v osnovi dve poti za rešitev.

Izraz lahko najprej poenostavimo in nato vstavimo vrednosti spremenljivk ali pa te vrednosti vstavimo že na začetku in izračunamo vrednost dobljenega številskega izraza.

V našem primeru se ne bomo odločili za poenostavljanje, saj se nam na prvi pogled ne obeta nič dobrega. Zato v izraz kar vstavimo $a = 2$ in $b = -1$:

$$
\begin{aligned}
(2+(-1))^4 + (2^{-1} + (-1)^{-1})^{-2} &= 1^4 + \left(\frac{1}{2} - 1\right)^{-2} = \\
&= 1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \\
&= 1 + \left(\frac{2}{1}\right)^{2} = 1 + 2^2 = 1 + 4 = 5
\end{aligned}
$$

20. Izračunaj vrednost izraza $\dfrac{a^{-7} - a^{-6}}{a^{-8} - a^{-7}}$ za $a = 0{\cdot}4$.

Rešitev: Tokrat izraz najprej poenostavimo:

$$\frac{a^{-7} - a^{-6}}{a^{-8} - a^{-7}} = \frac{a^{-7}(1-a)}{a^{-8}(1-a)} = a^{-7-(-8)} = a$$

Vidimo, da je vrednost tega izraza kar $0{\cdot}4$.

21. Pokaži, da je vrednost izraza $\dfrac{(a^2b^{-3})^{-2} : (a^{-3}b^{-1})^3}{(a-b)^0 a^5 b^{-2}}$ za vse tiste a in b, kjer je ta izraz definiran, neodvisna od a.

Rešitev: Izraz poenostavimo:

$$
\begin{aligned}
\frac{(a^2b^{-3})^{-2} : (a^{-3}b^{-1})^3}{(a-b)^0 a^5 b^{-2}} &= \frac{a^{-4}b^6 : (a^{-9}b^{-3})}{a^5b^{-2}} = \frac{a^{-4}b^6a^9b^3}{a^5b^{-2}} = \\
&= \frac{a^5b^9}{a^5b^{-2}} = b^{11}
\end{aligned}
$$

Vidimo, da v preoblikovanem izrazu ne nastopa a, kar pomeni, da je njegova vrednost neodvisna od a.

22. Določi tak n, da bo vrednost izraza $\dfrac{a^{2n+2} + 3a^{2n+1} - 4a^{2n} - 12a^{2n-1}}{(a^{n+4} + a^{n+3} - 6a^{n+2})(1 + 2a^{-1})}$ povsod tam, kjer je izraz definiran, konstantna.

Rešitev: Dani izraz poenostavimo:

$$
\begin{aligned}
\frac{a^{2n+2} + 3a^{2n+1} - 4a^{2n} - 12a^{2n-1}}{(a^{n+4} + a^{n+3} - 6a^{n+2})(1 + 2a^{-1})} &= \frac{a^{2n-1}(a^3 + 3a^2 - 4a - 12)}{a^{n+2}(a^2 + a - 6)\left(1 + \frac{2}{a}\right)} = \\
&= \frac{a^{2n-1}(a^2(a+3) - 4(a+3))}{a^{n+2}(a+3)(a-2)\frac{a+2}{a}} = \\
&= \frac{a^{2n-1}(a+3)(a^2-4)}{a^{n+1}(a+3)(a-2)(a+2)} = \\
&= a^{2n-1-(n+1)} = a^{n-2}
\end{aligned}
$$

Ta izraz bo konstanten, in sicer enak 1, če bo eksponent te potence 0:

$$n - 2 = 0$$

Od tod je $n = 2$.

Naloge

1. Izračunaj:

a) 5^4 **b)** 6^5 **c)** $(-7)^2$ **d)** $(-8)^3$
e) -3^{-6} **f)** 2^{-5} **g)** $(-3)^{-4}$ **h)** $(-5)^{-3}$
i) $(-11)^0$ **j)** 0^5 **k)** $3^{-2}\cdot 4^3$ **l)** $4^{-2}\cdot 2^5$
m) $3^{-2}\cdot 9^3$ **n)** $(-5)^3\cdot 25^{-2}$ **o)** $(-27)^{-1}\cdot(-3)^4$ **p)** $2^{-3}:3^2$
r) $8^{-2}:4^{-3}$ **s)** $(-5)^{-8}:25^{-2}$

2. Izračunaj:

a) $3^2+48\cdot 4^{-2}$
b) $2^{-2}+36\cdot 3^{-2}$
c) $125\cdot 5^{-2}+54\cdot 3^{-2}+15^0$
d) $192\cdot 4^{-3}-162\cdot 3^{-4}+17^0\cdot 1^{-6}$
e) $(-1)^{-5}+24(-2)^{-3}+750\cdot 5^{-3}$
f) $(-1)^6+98\cdot(-7)^{-2}+(-5)^3:25$
g) $7\cdot 14^{-1}+(-3)^{-4}\cdot 108+6^{-1}$
h) $8\cdot 24^{-1}+(-4)^{-3}\cdot 48+7(-12)^{-1}$
i) $(2^3)^{-1}+7^0-4^{-2}\cdot(-1)^4-2^{-4}$
j) $(-3)^{-4}-9^{-2}+3\cdot(-2)^{-2}+0{.}25$
k) $(-3)^3\cdot(-9)^{-2}+(-4)^0+0{.}2^{-3}:5$
l) $0{.}5^{-3}:2^2+(-2)^{-3}\cdot 4^2-3\cdot 3^{-2}$
m) $(0{.}0016^{-1}+0{.}04^{-2}+0{.}2^{-4})\cdot 4^2$
n) $(0{.}0081^{-1}+0{.}09^{-2}+0{.}3^{-4})\cdot 10^{-4}$

3. Izračunaj:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$
b) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-5}$
c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+(-5)^{-2}\cdot\left(-\frac{1}{10}\right)^{-3}$
d) $6\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}-49\cdot\left(\frac{14}{3}\right)^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$
e) $20^2\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}:\left(\frac{2}{25}\right)^{-2}$
f) $8^2\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{-3}:\left(\frac{2}{9}\right)^{-2}$
g) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}+0{.}25^{-1}+0{.}2^{-3}\cdot 10^{-2}$
h) $0{.}4^{-2}+\left(-\frac{1}{5}\right)^{-3}:25+0{.}5^{-2}$
i) $(-5)^{-2}\cdot\left(\frac{1}{25}\right)^{-2}+16^{-1}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{-5}+\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}:\left(\frac{3}{4}\right)^{2}$
j) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^{-2}+12^{-2}\cdot(-36)\cdot 2^0+\left(\frac{5}{4}\right)^{2}:\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$
k) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2}\cdot 0{.}2^{-4}+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}\cdot 3^2-28\cdot(-2)^{-1}:3^{-1}$
l) $8^{-2}\cdot(0{.}25)^{-3}+\left(-\frac{1}{6}\right)^{-3}\cdot 27^{-1}-12(-4)^{-1}:6^{-1}$
m) $\left(-\frac{1}{16}\right)^{2}:8^{-3}-\left(\frac{2}{7}\right)^{0}\cdot(0{.}5)^{-4}\cdot(-6)^{-3}+0{.}125^{-1}:(-3)^3$

4. Izračunaj:

a) $\dfrac{7^2+3^{-2}-40\cdot 5^0}{10^{-1}+4}$
b) $\dfrac{6\cdot 3^{-6}+\left(\frac{1}{6}\right)^{2}}{6^{-2}-9\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{6}}$
c) $\dfrac{\left(\frac{1}{6}\right)^{3}+(-5)^{-3}}{6^{-2}+\frac{1}{30}+5^{-2}}$
d) $\dfrac{3\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}-22\cdot 10^{-2}}{4\cdot\frac{1}{10}+\left(\frac{2}{3}\right)^{2}+\frac{7}{5}\cdot(-3)^{-2}}$

Rešitve

1. **a)** 625 **b)** $7\,776$ **c)** 49 **d)** -512 **e)** $-\frac{1}{729}$ **f)** $\frac{1}{32}$ **g)** $\frac{1}{81}$ **h)** $-\frac{1}{125}$
i) 1 **j)** 0 **k)** $\frac{64}{9}$ **l)** 2 **m)** 81 **n)** $-\frac{1}{5}$ **o)** -3 **p)** $\frac{1}{72}$ **r)** 1 **s)** $\frac{1}{625}$

2. **a)** 12 **b)** $\frac{17}{4}$ **c)** 12 **d)** 2 **e)** 2 **f)** -2 **g)** 2 **h)** -1 **i)** 1 **j)** 1 **k)** $\frac{77}{3}$
l) $-\frac{1}{3}$ **m)** $30\,000$ **n)** $\frac{1}{27}$

3. **a)** 8 **b)** -243 **c)** 8 **d)** 9 **e)** 40 **f)** $\frac{4}{3}$ **g)** $\frac{13}{4}$ **h)** $\frac{21}{4}$ **i)** 17 **j)** -3
k) -5 **l)** 11 **m)** $\frac{16}{9}$

4. **a)** $\frac{20}{9}$ **b)** $\frac{7}{3}$ **c)** $-\frac{1}{30}$ **d)** $\frac{7}{5}$ **e)** $\frac{35}{24}$ **f)** $\frac{1}{4}$

5. **a)** $3{\cdot}75 \cdot 10^{-16}$ **b)** $7{\cdot}95 \cdot 10^{-24}$ **c)** $5{\cdot}13$ **d)** $2{\cdot}17$ **e)** 895 **f)** $45{\cdot}1$

6. **a)** 73 **b)** 15 **c)** $\frac{11}{3}$ **d)** $-\frac{2}{5}$ **e)** 56 **f)** $\frac{21}{5}$ **g)** 10^5 **h)** $\frac{1001}{999}$

7. **a)** x^{19} **b)** $\frac{1}{x}$ **c)** x^{-20} **d)** 1 **e)** x^7 **f)** x^{-18} **g)** x^{-20} **h)** x^{42} **i)** x^{-6}
j) x^{14} **k)** x^{-42} **l)** $(xy)^{-2}$ **m)** $(xy)^3$ **n)** $x^{17}y^5$ **o)** $x^{60}y^{-14}$ **p)** $x^{30}y^{-5}$
r) $x^{-2}y^{-4}$ **s)** $x^{20}y^{-10}$

8. **a)** $-x^{-12}$ **b)** x^8 **c)** $\frac{x^{12}}{81}$ **d)** x^{25} **e)** $(2xy)^{-3}$ **f)** $\frac{1}{3y^4}$ **g)** $(xy)^{-2}$
h) $\left(-\frac{y}{x}\right)^3$ **i)** 2^{-10} **j)** 27 **k)** $\frac{1}{b}$ **l)** b^2

9. **a)** $\frac{-6a}{b}$ **b)** $-\frac{27y^3}{2x^3}$ **c)** $\frac{b^3}{a^3}$ **d)** x^3y^3 **e)** $\frac{a^{72}}{b^{24}}$ **f)** $\frac{b^{16}}{a^{56}}$ **g)** $\frac{2a}{c}$ **h)** $\frac{c}{3b^3}$
i) $\frac{2}{a}$ **j)** $\frac{b}{3a}$ **k)** $\frac{c^2}{18}$ **l)** $\frac{b}{c^5}$ **m)** $4b$ **n)** $\frac{3}{2c}$ **o)** $\frac{1}{a^2b^2}$ **p)** $\frac{1}{a^2}$

10. **a)** a^2 **b)** a^4 **c)** a^7 **d)** 1 **e)** a^4 **f)** x^2 **g)** $\frac{b^4}{a}$ **h)** x^3y^3 **i)** 1

11. **a)** $6 \cdot 5^x$ **b)** $342 \cdot 7^{x-1}$ **c)** $7 \cdot 3^x$ **d)** $59 \cdot 6^{x-1}$ **e)** $15 \cdot 2^{x+1}$ **f)** $40 \cdot 3^{x-2}$
g) $2 \cdot 3^{x-1}$ **h)** 2^{x+1} **i)** 9^{2x+1} **j)** 4^{2x+1}

12. **a)** $3 \cdot 2^{x+1}$ **b)** $40 \cdot 9^{x-1}$ **c)** 2^{2x-2} **d)** $25 \cdot 2^{2x-2}$ **e)** $8 \cdot 3^{1-x}$
f) $32 \cdot 7^{1-x}$ **g)** $17 \cdot 25^{-x}$ **h)** $5 \cdot 16^{1-x}$ **i)** $9 \cdot 2^{1-x}$

13. **a)** $16 \cdot 7^{n+2}$ **b)** $23 \cdot 2 \cdot 5^n$ **c)** $66 \cdot 9 \cdot 6^n$ **d)** $80 \cdot 7 \cdot 4^{n+1}$ **e)** $12 \cdot 13 \cdot 16^n$
f) $90 \cdot 7 \cdot 9^{n+1}$

14. **a)** 3 **b)** 2 **c)** 2^{n+1} **d)** $3 \cdot 2^{n-2}$ **e)** 2^{-n} **f)** 4

15. **a)** $\frac{x^2-9}{x}$ **b)** $\frac{x^2-4}{x}$ **c)** $\frac{x-3}{x}$ **d)** x^2-2x **e)** $\frac{3}{x^2-1}$ **f)** $\frac{6}{x^2-4}$

16. **a)** $\frac{a+8}{a}$ **b)** $\frac{a+7}{a}$ **c)** $\frac{1-a}{a}$ **d)** $\frac{3-a}{3+a}$ **e)** 1 **f)** 1 **g)** -1 **h)** -1
i) $\frac{a+1}{a-1}$ **j)** $\frac{a-2}{a+2}$

17. **a)** $b-a$ **b)** $\frac{1}{ab}$ **c)** $\frac{1}{a^2b^2}$ **d)** $\frac{a^2}{b^2}$ **e)** $\frac{ab}{(b-a)^2}$ **f)** $\frac{1}{b^2-a^2}$